

**Exercice 1 : (3 points)**

**Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est correcte. L’élève doit indiquer sur sa copie, avec justification, le numéro de la question et la lettre convenable à la réponse choisie*.***

1. Soit f la fonction définie sur par : f(x) =.

Alors

1. b) 0 c) 1
2. Si arg(z) alors arg(i
3. b) - c)
4. Soient f et g deux fonctions définies par : f(x) = et

g(x) = . Alors

1. 0 b) c)
2. Si z et z' sont deux nombres complexes tels que et , Alors
3. 0 b) c)

**Exercice 2 : (7 points)**

Soit f la fonction définie sur par f(x) =

1. a) Montrer que : .
2. Vérifier que pour tout on a : .
3. En déduire .
4. a) Montrer que pour tout on a : f(x) .
5. En déduire et .
6. Etudier la continuité de f
7. Justifier que f est prolongeable par continuité en 1 et donner F son prolongement par continuité en 1.
8. La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction g continue sur .

Calculer les limites suivantes :  ; et

**Exercice 3 : (5 points)**

Dans le plan complexe, on donne les points A(1) et B(-i). On considère les points M(z) et M’(z’) vérifiant z’ = et M ≠ B.

1. a) On pose z = x + iy.

Montrer que : z’ est réel si et seulement si

1. En déduire l’ensemble des points M(z) tel que z’ est réel.
2. Déterminer l’ensemble des points M(z) tel que = 1
3. a) Montrer que pour tout z ≠ -i on a : z’ + i =
4. En déduire BM.BM’ =
5. Montrer que si M appartient au cercle de centre B et de rayon 1 alors M’ appartient à un cercle que l’on précisera.

**Exercice 4 : (5 points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, ). Soit A et B les points d’affixes respectives et.

Pour tout entier naturel n, on considère les points d’affixes .

1. a) Vérifier que pour tout entier naturel n on a :
2. Déterminer un argument de puis un argument de .
3. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur l’entier n pour que les points O, A et soient alignés.
4. a) Montrer que pour tout nombre complexe z on a :

si et seulement si .

1. Montrer que si et sont deux nombres complexes tels que alors est un réel.
2. En déduire que pour tout n on a :
3. a) Placer les points A, B et
4. Montrer que le triangle AB est rectangle.